

Пояснительная записка к учебному пособию  
«Построение графиков функций, содержащих знак модуля»

Тема «Функции, их свойства и графики» является одной из важных тем учебного предмета «Алгебра». В заданиях основного государственного экзамена (ОГЭ) по математике и единого государственного экзамена (ЕГЭ) она отражена в заданиях 11 и 22(ОГЭ), 11 и 8(ЕГЭ).

Рассмотрев прототипы этих задания на сайте ФИПИ и сайте «Сдам ГИА», а также в различных сборниках по подготовке к экзаменам, мы пришли к выводу, что они достаточно разнообразны и требуют определенных знаний и умений от обучающихся. Особое затруднение вызывает построение графиков с модулем, т. к. в школьной программе очень мало внимания уделяется этому вопросу. Многие учащиеся просто не приступают к выполнению этого задания, а если берутся, то делают неправильно. При изучении логарифмической, показательной и тригонометрических функций в 10–11 классах достаточно часто встречаются задания на построение графиков функций, содержащих знак модуля.

Работа посвящена изучению теоретического материала по теме: «Графики функций, содержащих переменную под знаком модуля» и выявлению способов построения графиков функции, аналитическое выражение которых содержит знак абсолютной величины.

Цель нашей практико-ориентированной работы:

1. Провести анализ имеющихся способов построения графиков функций, содержащих переменную под знаком модуля;
2. Выбрать из найденных способов решения наиболее оптимальные;
3. Провести обобщение и систематизацию имеющего материала:
  - а) научиться строить графики функций, содержащих переменную под знаком модуля, применяя отражение относительно осей;
  - б) создать анимированную презентацию «Построение графиков функций, содержащих переменную под знаком модуля» отражением относительно осей.

Задачи:

1. Изучить методы построения графиков, содержащих переменную под знаком модуля.
2. Найти общие подходы к построению графиков с модулями.
3. Отыскать наиболее удобный метод построения графиков с модулями.

Объект исследования:

Функции, содержащие переменную под знаком модуля.

Предмет исследования:

Механизм построения графиков.

Гипотеза:

Я предполагаю, что существует метод построения графиков функций, содержащих переменную под знаком модуля, менее затратный по времени и простой для понимания.

При построении графиков функций, содержащих переменную под знаком модуля, рассмотрим следующие виды функций:

1. Знак модуля в формуле, задающей функцию, встречается один раз, например  $y = |x + a| + b$ . Для построения этого графика используем определение модуля и рассматриваем два случая, когда выражение под знаком модуля неотрицательное и когда выражение под знаком модуля отрицательное. Получаем две функции, графики которых строим правее и левее  $x = -a$ .

2. Знак модуля в формуле, задающей функцию, встречается несколько раз, например  $y = |x + a| + |x + b| + |x + c|$ . Для построения этого графика используем следующий алгоритм: а) Приравняем каждое выражение, стоящее под знаком модуля, к нулю и находим точки, в

которых эти выражения меняют знак. б) Наносим найденные точки на ось  $x$  и выделяем промежутки, на которых выражение, стоящее под знаком модуля, сохраняет знак. в) Раскрываем модель на каждом промежутке и получаем соответствующее уравнение функции. г) Строим график на каждом промежутке.

3. Построение графиков функций с модулем вида  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(|x|)$  и  $|y| = f(x)$ .

Модуль отрицательных чисел сохраняет их абсолютное значение, но меняет знак на противоположный. **Это позволяет строить функции, используя отражение относительно осей.** Допустим у нас есть какая-либо функция  $y = f(x)$ . Тогда нам легко будет построить график функции  $y = |f(x)|$ . Мы просто оставляем ту часть, которая находится над осью  $Ox$ , без изменения, а всё, что ниже, отражаем симметрично вверх.

Теперь давайте посмотрим на другой случай отражения. Пусть у нас есть та же функция  $y = f(x)$ . Посмотрим, как себя будет вести функция построения графиков функций

Во-первых, часть графика справа от оси  $Oy$  останется без изменений. Для неё  $f(|x|) = f(x)$ . А для отрицательных значений  $x$  мы должны будем найти значение функции от их противоположного значения. То есть всё, что находится справа от оси  $Oy$ , мы должны будем отразить и в левую сторону. Пусть у нас есть та же функция  $y = f(x)$ . Посмотрим, как себя будет вести функция  $|y| = f(x)$ . Мы просто оставляем ту часть, которая находится над осью  $Ox$ , без изменения, и отражаем её симметрично вниз.

Представленная нами работа является анимированным учебным пособием, в котором наглядно демонстрируется построение графиков вида  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(|x|)$  и  $|y| = f(x)$  способом отражения относительно осей координат. Вней сначала рассматриваются алгоритмы построения графиков этих трёх видов на произвольной функции  $y = f(x)$ , а затем показано построение графиков логарифмической, показательной, линейной, квадратичной, обратной пропорциональности и тригонометрических функций, содержащих знак модуля.

Материал данной работы можно рекомендовать к использованию на уроках математики в 9 – 11 классах, при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ в качестве дополнительного материала и для спецкурса «Графики функций, содержащих переменную под знаком модуля».